

Friedrich Hirzebruch

17 oktober 1927 – 27 mei 2012



Max Planck Institute for Mathematics, Bonn

Friedrich (Fritz) Hirzebruch werd geboren op 17 oktober 1927 in Hamm (Westfalen), waar zijn vader *Oberstudiendirektor* was. In 1945 begon hij wiskunde te studeren aan de universiteit van Münster. De Tweede Wereldoorlog was toen pas een half jaar voorbij en de omstandigheden waren moeilijk; zo was er voor wiskunde maar eens in de drie weken een onderwijsruimte beschikbaar. Onder zijn leermeesters waren Behnke en Stein, beide werkend op het gebied van de complexe functietheorie. In 1949 en 1950 studeerde Hirzebruch ook aan de Eidgenössische Technische Hochschule in Zürich, waar hij bij Hopf kennis maakte met algebraïsche topologie en algebraïsche meetkunde. In 1950 promoveerde hij in Münster, bij Behnke en Hopf. In 1952 trouwde hij met Ingeborg Spitzley, zij kregen twee dochters en een zoon.

De jaren 1952-1954 was hij lid van het Institute for Advanced Study in Princeton, waar hij werkte met Borel, Kodaira en Spencer, en kwam hij in aanraking met recente ontwikkelingen op het gebied van coherente schoven, karakteristieke klassen en cobordisme. Hier ontstond het werk waarvoor hij het meest bekend is: het generaliseren van de stelling van Riemann-Roch naar willekeurige dimensies.

De stelling van Riemann-Roch-Hirzebruch

De stelling van Riemann-Roch (Riemann, 1865, met een latere toevoeging van Roch) geeft informatie over de dimensies van vectorruimten van mero-morfe functies, met voorgeschreven nulpunten en met polen van begrensde orde, op eendimensionale complexe variëteiten, de compacte Riemannoppervlakken. Het is tot op vandaag de belangrijkste stelling over dit soort vectorruimten, die dan ook Riemann-Roch-ruimten heten. Vóór Hirzebruch was deze stelling door de Italiaanse school in de algebraïsche meetkunde gegeneraliseerd naar tweedimensionale projectieve algebraïsche variëteiten, en verder was ook voorbereidend werk gedaan door Todd, maar door gebrek aan techniek was de vooruitgang op dit gebied vertraagd. In brieven aan Borel, en aan Kodaira en Spencer beschreef Serre in 1953, gebruikmakend van de bovengenoemde recente ontwikkelingen, welke vorm volgens hem een Riemann-Roch-stelling voor alle dimensies zou moeten hebben.

Vooral door zijn vaardigheid op het gebied van karakteristieke klassen slaagde Hirzebruch er toen snel in te komen tot een precieze formulering van de algemene Riemann-Roch-stelling (holomorfe vectorbundels op complexe projectieve variëteiten van willekeurige dimensie), en deze te bewijzen. Dit resultaat, de Riemann-Roch-Hirzebruch-stelling geheten, werd zonder bewijs aangekondigd in twee korte artikelen verschenen in 1953 en 1954. Het complete bewijs verscheen in 1956 in het baanbrekende boek *Neue topologische Methoden in der algebraischen Geometrie*. Met deze stelling heeft Hirzebruch voor de algebraïsche meetkunde een formidabel werktuig gecreëerd.

Verder onderzoek

De stelling van Riemann-Roch-Hirzebruch legt een verband tussen de globale analyse en de topologie van een projectief-algebraïsche complexe variëteit. In het eenvoudigste geval wordt dit verband tot uitdrukking gebracht door de numerieke gelijkheid van het aritmetisch geslacht en het Todd-geslacht.

Veel toepassingen van Riemann-Roch-Hirzebruch komen pas ten volle tot leven door combinatie van de stelling met resultaten uit andere delen van de meetkunde. Als voorbeeld dient een stelling van Hirzebruch en Kodaira uit 1957: 'Als de complexe algebraïsche variëteit X van oneven (complexe) dimensie n diffeomorf is met de complexe projectieve ruimte van dimensie n , dan is X algebraïsch isomorf met deze ruimte.'

Met een kleine beperking geldt de stelling ook voor even dimensies. Bij het bewijs spelen, naast Riemann-Roch-Hirzebruch tenminste twee geheel andere moderne theorieën een beslissende rol, namelijk de theorie van harmonische differentiaalvormen van Hodge, en stellingen over het nul zijn van cohomologiegroepen van Kodaira en Spencer. Om de stelling van Hirzebruch en Kodaira beter te appreciëren is het goed om aan een paar eenvoudige situaties te denken.

1. Alle reële 2-tori zijn onderling diffeomorf, maar er zijn oneindig veel complexe 1-tori (allemaal diffeomorf met reële 2-tori) die onderling *niet* algebraïsch isomorf zijn.
2. Op het enkelvoudig samenhangend product van de reële 2-sfeer met zichzelf bestaan oneindig veel complexe structuren die als zodanig *niet* algebraïsch equivalent zijn.

Ook in de artikelen die Hirzebruch heeft geschreven komt de combinatie met andere gebieden sterk naar voren, bijvoorbeeld in de artikelen met Borel (combinatie van Riemann-Roch-Hirzebruch met de theorie van homogene

ruimten, rond 1960) en die met Atiyah (veel combinaties, met name K -theorie, het meest rond 1960).

De stelling van Riemann-Roch-Hirzebruch is de aanzet gebleken tot twee verdere grote ontwikkelingen enerzijds: Grothendiecks generalisatie naar een dergelijke stelling voor morfismen tussen algebraïsche variëteiten over willekeurige lichamen, waarbij cohomologie vervangen wordt door de Chow ring, en cobordisme door K -theorie, en anderzijds de uitbreiding naar de indexstelling van Atiyah en Singer waar het Dolbeault-complex voor een holomorfe vectorbundel wordt vervangen door een complex van elliptische differentiaaloperatoren op een compacte gladde reële variëteit.

Een belangrijk onderwerp van Hirzebruchs onderzoek in de jaren na 1970 waren de modulaire oppervlakken van Hilbert. Dit zijn complexe oppervlakken (tweedimensionale complexe variëteiten) die afkomstig zijn uit de getaltheorie, en daar een belangrijke rol spelen. Voor oppervlakken bestaat een classificatie, en het blijkt interessant te zijn te weten waar in deze classificatie diverse Hilbert modulaire oppervlakken thuishoren. Op dit gebied heeft Hirzebruch samengewerkt met Gerard van der Geer, met Ton Van de Veen (één van de auteurs van deze leversbeschrijving), en met Don Zagier, die hem later als directeur van het Max Planck Instituut is opgevolgd.

Bonn, *Arbeitstagung*, Max Planck Instituut

Na zijn terugkomst in Duitsland kreeg Hirzebruch in 1956 een hoogleraarspositie aan de universiteit van Bonn, een positie die hij zou houden tot zijn pensioen in 1993. Hij was erg geliefd als docent, zijn colleges trokken veel toehoorders, en er zijn 52 studenten bij hem gepromoveerd.

In Bonn startte hij met de *Arbeitstagung*. Ieder jaar, vanaf 1957, werd in juni of juli de *Arbeitstagung* gehouden. Gedurende ten minste één week werden dagelijks meerdere voordrachten gegeven. De bijzonderheid hierbij was dat het programma, behalve dan de eerste voordracht die traditioneel door Atiyah werd gehouden, niet van tevoren vaststond. De deelnemers stelden onderwerpen en sprekers voor, en onder de subtiële regie van Hirzebruch kwam zo een programma tot stand met zeer recente, vaak sensationele ontdekkingen. Onder de aanwezigen (en heel vaak onder de sprekers) bevond zich een vaste kern, waartoe Atiyah, Borel, Serre, Grothendieck, Milnor en Bott hoorden. Maar ook anderen droegen voor, altijd op een zeer hoog niveau. Eén avond was er een feestje bij de familie Hirzebruch thuis, op de Endenicher Allee, en één middag was er een boottocht op de Rijn. De

Arbeitstagung werd zó bekend dat buitenlandse wiskundigen er hun zomerprogramma op afstemden. Zij bestaat nu nog, al is de betekenis ervan wel wat minder geworden.

De bekendheid van Hirzebruch zelf komt tot uitdrukking in de talloze eerbewijzen die hem in de loop van zijn leven ten deel zijn gevallen, bijvoorbeeld: l'Ordre pour le mérite, de Wolf Prize (Israël), de Seki-Takakazuprijs (Japan), de Lomonosov gouden medaille (Rusland), de Albert Einsteinmedaille, de Georg Cantormedaille, eredoctoraten van veertien universiteiten en een academie. En ook hoge posities, zoals voorzitter van het ICM '86 Program Committee, Berkeley, eerste president van de European Mathematical Society (1990-1994), en Honorary President of the ICM '98 Organizing Committee, Berlin. Sinds 1972 was hij buitenlands lid van de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (KNAW).

Ondanks deze enorme bekendheid en ondanks vele aanbiedingen van de beste universiteiten, bleef Hirzebruchs hoofdfunctie het hoogleraarschap in Bonn. Aanvankelijk had Bonn mathematisch maar beperkte betekenis, maar Hirzebruch was graag in Bonn. Natuurlijk kon hij reizen zoals hij wilde, en dat deed hij ook, maar de atmosfeer van zo'n kleine stad sprak hem wel aan. Daarbij woonde hij vele jaren vlakbij het mathematisch instituut, niet ver van het station en het centrum; alles kon te voet. En de interessante gasten kwamen zelf wel naar Bonn toe, heel graag zelfs. In 1969 kreeg hij in Bonn een *Sonderforschungsbereich Mathematik*, met veel mogelijkheden, zeker ook financieel. Bovendien werd in 1980 in Bonn een Max-Planck Instituut voor wiskunde geopend met nog veel meer mogelijkheden. Hirzebruch was directeur vanaf de oprichting tot zijn pensionering in 1995. Dit instituut werd, naast Parijs en Princeton, één van de beste wiskundeonderzoeksinstituten ter wereld.

Hirzebruch had een warme menselijke persoonlijkheid. Hij kon zich goed in de positie van een ander verplaatsen, en behandelde dan ook iedereen als een gelijke.

Tot het eind van zijn leven toe is Hirzebruch actief gebleven in de wiskunde, met publicaties en voordrachten. Door zijn onderzoek, en door zijn organisatorische activiteiten, niet alleen voor de *Arbeitstagung* en het Max Planck Instituut, maar ook bij de wederopbouw van de Duitse wiskunde na de Tweede Wereldoorlog, en bij de hereniging van Duitsland in 1990, heeft Hirzebruch zeer veel betekend voor de wiskunde in Duitsland en daarbuiten.